www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/ ۲۱	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه** سال ۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید : $(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})\ldots\ldots(1-\frac{1}{n})=\frac{1}{n} \qquad (n>1,\ n\in N)$	۱/۵
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید ، مجموع سه عدد زوج متوالی مضرب ۳ است .	۱
۳	برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x و y ثابت کنید : $y^2+1\geq 2x(y-x+1)$	۱
۴	می دانیم $\sqrt{2}$ گنگ است . ثابت کنید $\sqrt{\sqrt{2}+1}$ نیز گنگ است . (برهان خُلف)	۱
۵	۵ نقطه داخل دایره ای به شعاع R مفروض است . ثابت کنید حداقل فاصلهٔ دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $R\sqrt{2}$ است .	۱
۶	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید : الف) $[A\cap(A'\cup B)]\cup[B\cap(A'\cup B')]=B$ ب) $B\subset A\Rightarrow A'\subset B'$	۲/۲۵
۷	نمودار رابطهٔ $R=\{(x,y)\in R^2 \mid x^2+y^2\leq 4\ ,\ y\leq\lvert x\rvert\}$ را در دستگاه مختصات رسم کنید .	۰/۷۵
۸	اگر $A=\{x\mid x\in N \quad 1<x\leq 3\}$ و $B=\{x\mid x\in N \quad 1\leq x\leq 2\}$ باشند : الف) حاصلضرب های $A\times B$ و A^2 را به صورت زوج های مرتب بنویسید . ب) حاصل عبارت $A^2-A\times B$ را با اعضاء مشخص کرده و نمودار آن را رسم کنید .	۱/۵
۹	رابطهٔ R در R^2 به صورت روبه رو تعریف شده است . $(a,b)R(c,d)\Leftrightarrow \lvert a\rvert-\lvert c\rvert=7(\lvert d\rvert-\lvert b\rvert)$ الف) نشان دهید R یک رابطهٔ هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[(-3,4)]$ را مشخص کنید .	۱/۵
۱۰	سکه ای را یک بار پرتاب می کنیم ، اگر پشت بیاید آنگاه تاس را می ریزیم و اگر رو بیاید، سکه را دو بار دیگر پرتاب می کنیم . مطلوب است تعیین : الف) فضای نمونه ای این تجربه‌ی تصادفی . ب) اگر A پیشامدی باشد که در آن دقیقاً یک بار سکه به پشت بیاید عناصر این پیشامد را بنویسید. پ) اگر B پیشامدی باشد که در آن دقیقاً دو بار سکه به رو بیاید عناصر این پیشامد را بنویسید. ت) پیشامد $A'\cup B$. **ادامه‌ی سئوالات در صفحه‌ی دوم**	۱/۷۵

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/ ۲۱	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه** سال ۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

۱۱	۱۵ نفر را در نظر می گیریم . احتمال اینکه روز تولد هیچ دو نفری از آنها یک روز نباشد را مشخص کنید . (سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید) .	۰/۷۵
۱۲	اگر یک عدد ۴ رقمی کمتر از ۶۰۰۰ به طور تصادفی با ترکیب ارقام ۲و۳و۵و۷و۹ به وجود آید ، احتمال اینکه عدد ساخته شده زوج باشد را پیدا کنید . (تکرار ارقام مجاز نیست .)	۱/۲۵
۱۳	سکّه‌ی سالمی را ۷ بار پرتاب می کنیم ، احتمال اینکه حداقل ۶ بار رو بیاید ، را محاسبه کنید .	۰/۷۵
۱۴	اگر $S = \{a_1, a_2, a_3\}$ فضای نمونه ای و $p(\{a_1, a_2\}) = \frac{3}{5}$ و $P(a_3) = m + \frac{1}{3}$ باشد ، مقدار m را تعیین کنید .	۰/۷۵
۱۵	یک نقطه (x, y) را به طور تصادفی بر روی مثلثی به راسهای $(0,0), (4,0), (3,2)$ انتخاب می کنیم . احتمال آنکه (x,y) درون یک مستطیل به راسهای $(1,0), (1,2), (2,2), (2,0)$ قرار داشته باشد ، را تعیین کنید .	۱/۲۵
۱۶	اگرداشته باشیم $A \subseteq B$ ، ثابت کنید . $P(B - A) = P(B) - P(A)$	۱
۱۷	اگر $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B') = \frac{5}{8}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ باشند ، مطلوبست محاسبه : الف) $P(A \cap B)$ ب) $P(B \cap A')$	۱
	« موفق باشید » جمع نمرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/ ۲۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه** سال ۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$\begin{cases} P(۲): ۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲} \quad \frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲} & (۰/۲۵) \\ P(K): (۱-\frac{۱}{۲})(۱-\frac{۱}{۳})\ldots\ldots(۱-\frac{۱}{K})=\frac{۱}{K} & (۰/۲۵) \end{cases}$ $P(K+۱): (۱-\frac{۱}{۲})(۱-\frac{۱}{۳})\ldots\ldots(۱-\frac{۱}{K})(۱-\frac{۱}{K+۱})=\frac{۱}{K+۱}$ حکم استقرا $(۰/۲۵)$ طرف چپ حکم $\frac{۱}{K}(۱-\frac{۱}{K+۱})$ $(۰/۲۵)$ $=\frac{۱}{K}-\frac{۱}{K(K+۱)}=\frac{K+۱-۱}{K(K+۱)}=$ $(۰/۲۵)$ $\frac{K}{K(K+۱)}=\frac{۱}{K+۱}$ $(۰/۲۵)$
۲	$x=۲k$ $(۰/۲۵)$ $y=۲k+۲$ $(۰/۲۵)$ $z=۲k+۴$ $(۰/۲۵)$ $x+y+z=(۲k)+(۲k+۲)+(۲k+۴)=۶k+۶$ $x+y+z=۳(۲k+۲)=۳k'$ $(۰/۲۵)$
۳	$(x-y)^۲+(x-۱)^۲\geq ۰ \Leftrightarrow x^۲+y^۲-۲xy+x^۲-۲x+۱\geq ۰$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow y^۲+۱\geq ۲xy-۲x^۲+۲x \Leftrightarrow y^۲+۱\geq ۲x(y-x+۱)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$
۴	$\sqrt{\sqrt{۲}+۱}=\frac{a}{b}\begin{cases} a \text{ و } b\in Z \\ b\neq ۰ \end{cases}$ $(۰/۲۵)$ $\sqrt{۲}+۱=\frac{a^۲}{b^۲}$ $(۰/۲۵) \Rightarrow \sqrt{۲}=\frac{a^۲}{b^۲}-۱ \Rightarrow \sqrt{۲}=\frac{a^۲-b^۲}{b^۲}$ $(۰/۲۵)$ $\sqrt{۲}=\frac{P}{q}$ تناقض $(۰/۲۵)$

ادامه در صفحه‌ی دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

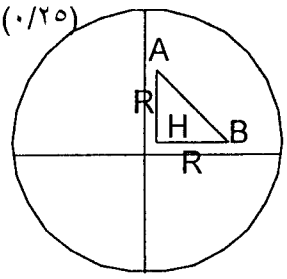
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/ ۲۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد مـاه** سال ۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۵ دو قطر دایره را طوری رسم می کنیم که دایره به چهار ربع دایره مساوی تقسیم شود (۰/۲۵) و ۵ نقطه را به منزلهٔ کبوتر و ۴ ربع دایره را به منزلهٔ لانهٔ کبوتر در نظر می گیریم پس ۴<۵ طبق اصل لانهٔ کبوتر ۴ کبوتر اول در ۴ لانه قرار می گیرند در اینصورت کبوتر پنجم باید در یکی از این لانه ها قرار بگیرد پس در یک ربع دایره حداقل ۲ نقطه قرار می گیرد. (۰/۲۵)

$(AB)^2 = (AH)^2 + (HB)^2$

$(AB)^2 < R^2 + R^2 \Rightarrow (AB)^2 < 2R^2 \Rightarrow AB < R\sqrt{2}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)



پس حداقل فاصلهٔ دو نقطه از این پنج نقطه از $R\sqrt{2}$ کمتر است .

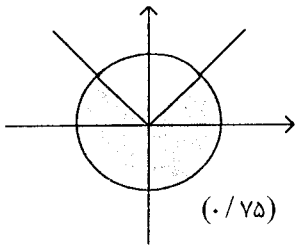
۶ الف) طرف چپ = $[(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')]$ (۰/۲۵) =

$[(\phi) \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup (\phi)]$ (۰/۲۵)= $(A \cap B) \cup (B \cap A')$(۰/۲۵) =

$B \cap (A \cup A')$ (۰/۲۵) = $B \cap U = B$ (۰/۲۵) طرف دوم

ب) $B \subset A \Rightarrow A \cup B = A$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (A \cup B)' = A'$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $A' \cap B' = A'$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A' \subset B'$(۰/۲۵)

۷



(۰/۷۵)

۸ $A = \{۲,۳\}$ (۰/۲۵) $B = \{۱,۲\}$ (۰/۲۵)

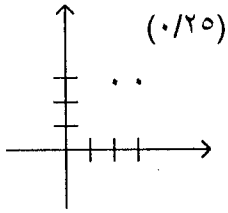
$A^2 = \{(x,y) \mid x \in A , y \in A\}$ $A \times B = \{(x,y) \mid x \in A , y \in B\}$

$A^2 = A \times A = \{(۲,۲),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۳)\}$ (۰/۲۵)

$A \times B = \{(۲,۱),(۲,۲),(۳,۱),(۳,۲)\}$ (۰/۲۵)

$A^2 - A \times B = \{(۲,۳),(۳,۳)\}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)



ادامه در صفحه‌ی سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/ ۲۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه** سال ۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۹

$$\begin{cases}(a,b)R(a,b) \Leftrightarrow |a|-|a| = ۷(|b|-|b|) \quad ۰=۰ \quad ① \ (۰/۲۵)\\ (a,b)R(c,d) \Rightarrow (c,d)\,R\,(a,b)\\ |a|-|c| = ۷(|d|-|b|) \Rightarrow |c|-|a| = ۷(|b|-|d|) \quad ② \ (۰/۲۵)\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a,b)R(c,d) \text{ و } (c,d)R(e,f) \Rightarrow (a,b)R(e,f)\\ \begin{cases}|a|-|c| = ۷(|d|-|b|\\ |c|-|e| = ۷(|f|-|d|)\end{cases} \Rightarrow |a|-|e| = ۷(|f|-|b|) \quad ③ \ (۰/۲۵)\end{cases}$$

از ① و ② و ③ نتیجه می گیریم R یک رابطه هم ارزی است (۰/۲۵)

$$[(-۳,۴)] = \{(x,y)|(x,y)R(-۳,۴)\} = \{(x,y)||x|-|-۳| = ۷(|۴|-|y|)\} = \{(x,y)||x|+۷|y| = ۳۱\} \ (۰/۵)$$

۱۰

الف: $S = \{(پ,۱),(پ,۲),(پ,۳),(پ,۴),(پ,۵),(پ,۶),(ر,ر,ر),(ر,پ,ر),(ر,ر,پ),(پ,ر,پ)\}$ (۰/۷۵)

ب: $A = \{(پ,۱),(پ,۲),(پ,۳),(پ,۴),(پ,۵),(پ,۶),(ر,پ,ر),(ر,ر,پ)\}$ (۰/۲۵)

پ: $B = \{(ر,پ,ر),(ر,ر,پ)\}$ (۰/۲۵)

ت: $A' = \{(ر,ر,ر),(ر,پ,پ)\}$ (۰/۲۵)

$A' \cup B = \{(ر,پ,ر),(ر,ر,پ),(ر,ر,ر),(پ,پ,ر)\}$ (۰/۲۵)

۱۱

$n(A) = ۳۶۵ \times ۳۶۴ \times \ldots \times (۳۶۵ - ۱۵ + ۱)$ (۰/۲۵)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{۳۶۵ \times ۳۶۴ \times \ldots \times (۳۶۵-۱۵+۱)}{۳۶۵^{۱۵}} \quad (۰/۵)$$

۱۲

$n(s) = ۳ \times ۴ \times ۳ \times ۲ = ۷۲$ (۰/۵)

$n(A) = ۲ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲$ (۰/۵)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۲}{۷۲} = \frac{۱}{۶} \quad (۰/۲۵)$$

۱۳

$$p(k \geq ۶) = p(k=۶) + p(k=۷) = \frac{\binom{۷}{۶} + \binom{۷}{۷}}{۲^۷} = \frac{۸}{۲^۷} = \frac{۱}{۱۶} \quad (۰/۵)$$

(۰/۲۵)

ادامه در صفحه‌ی چهارم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/ ۲۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه** سال ۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۱۴

$$P(a_1)+P(a_2)+P(a_3)=1 \quad (۰/۲۵)$$

$$P(a_1)+P(a_2)=\frac{3}{5} \qquad (۰/۲۵)$$

$$\frac{3}{5}+m+\frac{1}{3}=1 \rightarrow m=1-\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$$

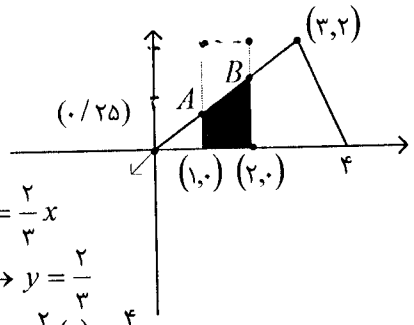
$$(۰/۲۵)$$

۱۵

$$a_S=\frac{4\times 2}{2}=4 \quad (۰/۲۵)$$

$$a_A=\frac{\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{3}\right)(1)}{2}=1 \quad (۰/۵)$$

$$P(A)=\frac{a_A}{a_S}=\frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$$



$$y=\frac{2}{3}x$$

$$x=1 \rightarrow y=\frac{2}{3}$$

$$x=2 \rightarrow y=\frac{2}{3}(2)=\frac{4}{3}$$

۱۶

$$A \subseteq B$$

$$(B-A)\cup A \underset{(۰/۲۵)}{=} B \rightarrow (B-A)\underset{(۰/۲۵)}{\cap} A=\phi$$

$$\rightarrow P(B)=P((B-A)\cup A)\overset{(۰/۲۵)}{=}P(B-A)+P(A) \rightarrow$$

$$P(B-A)\underset{(۰/۲۵)}{=}P(B)-P(A)$$

۱۷

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \quad (۰/۲۵)$$

$$\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+1-\frac{5}{8}-P(A\cap B)$$

الف) $P(A\cap B)=\frac{1}{2}+1-\frac{5}{8}-\frac{3}{4}=\frac{4+8-5-6}{8}=\frac{1}{8}$ (۰/۲۵)

ب) $P(B\cap A')=P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵) $=\frac{3}{8}-\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ (۰/۲۵)

همکاران محترم مصحح با عرض سلام و خسته نباشید

لطفا برای پاسخ های درست دیگر ، بارم را به تناسب تقسیم فرمائید .

www.alm.loxblog.com